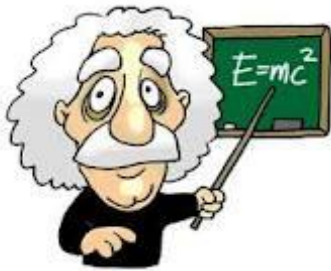


METODO DEI SEGMENTINI (Prof. Daniele Baldissin)



Il metodo dei segmentini costituisce una procedura di soluzione di particolari problemi che si incontrano spesso in geometria e nella vita di tutti i giorni. Tale metodo è applicabile ad una vasta classe di problemi. In questa lezione vedremo come funziona. In generale, problemi risolvibili in questo modo, presentano somme, differenze o prodotti di due grandezze insieme ad una relazione contenente una frazione.

N.B.

Per grandezza si intende tutto ciò che può essere misurato. Segmenti, angoli, aree, età di persone, costo di merci, sono tutte grandezze che possono essere trattate con questo metodo. Di conseguenza il metodo dei segmentini non è solo applicabili a segmenti.

Vediamo i seguenti casi.

SOMME DI GRANDEZZE CON RELAZIONE FRAZIONARIA

La somma di due segmenti è 36 cm e uno è $\frac{4}{5}$ dell'altro. Calcola quanto misura ciascun segmento.

PROCEDIMENTO

1. Per prima cosa occorre tradurre il testo dall'italiano in linguaggio matematico. Ricordiamo che la somma corrisponde al segno "+".
2. Occorre dare un nome ai due segmenti. Li indicheremo con AB e CD, ricordandoci di segnarli con un trattino sopra per indicare che sono due segmenti.
3. La frase "uno è $\frac{4}{5}$ dell'altro" contiene i termini "uno" e "altro" che si riferiscono ai due segmenti. Il verbo "essere" si traduce con il segno di "=" mentre la preposizione "dell'" corrisponde al segno di moltiplicazione "x" che, di solito, non si scrive. (Ma scriverlo non è un errore)
4. La traduzione del testo va schematizzata nei dati mentre nella richiesta occorre scrivere ciò che il problema richiede.

| DATI | RICHIESTA |
|---|---------------------|
| $\overline{AB} + \overline{CD} = 36 \text{ cm}$ | $\overline{AB} = ?$ |
| $\overline{AB} = \frac{4}{5} \overline{CD}$ | $\overline{CD} = ?$ |

Per risolvere il problema non occorre far altro che capire bene cosa significa:

$$\overline{AB} = \frac{4}{5} \overline{CD}$$

Per prima cosa, come già detto, tra la frazione $\frac{4}{5}$ e \overline{CD} c'è il segno di moltiplicazione. Questo modo di scrivere significa che il segmento \overline{CD} è formato da cinque parti mentre il segmento \overline{AB} è formato da quattro parti.

Detto in altro modo il denominatore della frazione (cioè il 5) ci dice in quante parti dividere \overline{CD} mentre il numeratore (cioè il 4) ci dice in quante parti dividere \overline{AB} . Ciò che importa è che le parti in cui dividiamo i due segmenti siano **uguali**.

Ricorriamo ora ai segmenti. Abbiamo detto che \overline{CD} è diviso in 5 parti. Disegniamolo.

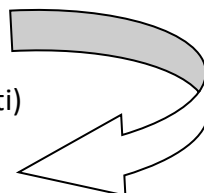


C D

Ora disegniamo il segmento \overline{AB} (che è diviso in 4 parti)

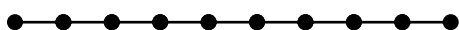


A B



N.B.
Non contare i pallini ma i trattini!!!

Ora, se leggiamo il testo del problema, esso ci dice che la loro somma vale 36 cm (non dimentichiamoci l'unità di misura!). Così, attacchiamo i due segmenti in modo che il punto B coincida con il punto C. Portiamo quindi il segmento \overline{CD} accanto ad \overline{AB} come indicato dalla freccia.



A B=C D

Ora, chiediamoci in quante parti è suddiviso l'intero segmento. Esso è suddiviso in 9 parti. Ma poiché esso è lungo 36 cm, se dividiamo l'intera lunghezza per 9, troviamo la lunghezza del singolo segmentino.

Calcolo la lunghezza del singolo segmentino:

$$(36 \text{ cm} : 9) = 4 \text{ cm}$$

Il gioco è fatto! Una volta trovato il singolo segmentino moltiplichiamo il valore ottenuto (cioè 4 cm) per il numero di parti in cui è suddiviso il segmento \overline{AB} (cioè 5 parti) e il segmento \overline{CD} (cioè 4 parti). Procediamo:

Calcolo la lunghezza del segmento \overline{AB}

$$(4 \text{ cm} \times 4) = 16 \text{ cm}$$

Calcolo la lunghezza del segmento \overline{CD}

$$(4 \text{ cm} \times 5) = 20 \text{ cm}$$

RISPOSTA

Il segmento \overline{AB} sarà lungo 16 cm mentre il segmento \overline{CD} sarà lungo 20 cm.

Prova ora tu a risolvere i seguenti problemi.

La somma della base e dell'altezza di un triangolo vale 55 cm e la base è $\frac{7}{4}$ dell'altezza. Calcolare l'area del triangolo.

SUGGERIMENTO:

Si procede come prima con il metodo dei segmentini e poi si applica la formula per il calcolo dell'area di un triangolo. Provacì, il risultato finale per l'area dovrebbe essere 350 cm^2

La somma di due segmenti è 90 cm e uno è $\frac{5}{7}$ dell'altro. Calcola la misura dei due segmenti.

NOTA BENE: non è detto che i segmenti siano sempre rappresentati da una misura intera. In questo problema troverai risultati con la virgola.

DIFFERENZA DI GRANDEZZE CON RELAZIONE FRAZIONARIA

La differenza di due segmenti è 36 cm e uno è $\frac{2}{5}$ dell'altro. Calcola quanto misura ciascun segmento.

PROCEDIMENTO

1. Per prima cosa occorre tradurre il testo dall'italiano in linguaggio matematico. Ricordiamo che la differenza corrisponde al segno "-".
2. Occorre dare un nome ai due segmenti. Li indicheremo con AB e BC, ricordandoci di segnarli con un trattino sopra per indicare che sono due segmenti.
3. La frase "uno è $\frac{2}{5}$ dell'altro" contiene i termini "uno" e "altro" che si riferiscono ai due segmenti. Il verbo "essere" si traduce con il segno di "=" mentre la preposizione "dell'" corrisponde al segno di moltiplicazione "x" che, di solito, non si scrive. (Ma scriverlo non è un errore)
4. La traduzione del testo va schematizzata nei dati mentre nella richiesta occorre scrivere ciò che il problema richiede.

| DATI | RICHIESTA |
|---|---------------------|
| $\overline{AB} - \overline{BC} = 36 \text{ cm}$ | $\overline{AB} = ?$ |
| $\overline{BC} = \frac{2}{5} \overline{AB}$ | $\overline{BC} = ?$ |

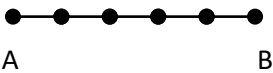
Per risolvere il problema non occorre far altro che capire bene cosa significa:

$$\overline{BC} = \frac{2}{5}\overline{AB}$$

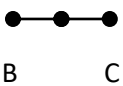
Per prima cosa, come già detto, tra la frazione $\frac{2}{5}$ e \overline{AB} c'è il segno di moltiplicazione. Questo modo di scrivere significa che il segmento \overline{AB} è formato da cinque parti mentre il segmento \overline{BC} è formato da due parti. (Il ragionamento che devi fare non cambia rispetto al caso della somma)

Detto in altro modo il denominatore della frazione (cioè il 5) ci dice in quante parti dividere \overline{AB} mentre il numeratore (cioè il 2) ci dice in quante parti dividere \overline{BC} . Ciò che importa è che le parti in cui dividiamo i due segmenti siano **uguali**.

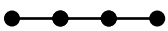
Ricorriamo ora ai segmenti. Abbiamo detto che \overline{AB} è diviso in 5 parti. Disegnamolo.



Ora disegnamo il segmento \overline{BC} (che è diviso in 2 parti)



Ora, se leggiamo il testo del problema, esso ci dice che la loro differenza (non più la somma) vale 36 cm (non dimentichiamoci l'unità di misura!). Così, sovrapponiamo i due segmenti e buttiamo via le parti che si sovrappongono. Se facciamo così ci restano soltanto tre segmenti, che corrispondono alla nostra differenza.



Ora, chiediamoci quanti segmentini ci sono rimasti. Ci sono rimasti 3 segmentini. La loro lunghezza corrisponde alla differenza del problema cioè 36 cm. Dividiamo quindi i 36 cm per 3, così da trovare quanto è lungo un singolo segmentino.

Calcolo la lunghezza del singolo segmentino:

$$(36 \text{ cm} : 3) = 12 \text{ cm}$$

Il gioco è fatto! Una volta trovato il singolo segmentino moltiplichiamo il valore ottenuto (cioè 12 cm) per il numero di parti in cui è suddiviso il segmento \overline{BC} (cioè 2 parti) e il segmento \overline{AB} (cioè 5 parti). Procediamo:

Calcolo la lunghezza del segmento \overline{BC}

$$(12 \text{ cm} \times 2) = 24 \text{ cm}$$

Calcolo la lunghezza del segmento \overline{AB}

$$(12 \text{ cm} \times 5) = 60 \text{ cm}$$

RISPOSTA

Il segmento \overline{BC} sarà lungo 24 cm mentre il segmento \overline{AB} sarà lungo 60 cm.

Prova ora tu a risolvere i seguenti problemi.

La differenza tra la base e dell'altezza di un triangolo vale 54 cm e la base è $\frac{7}{4}$ dell'altezza. Calcolare l'area del triangolo.

SUGGERIMENTO:

Si procede come prima con il metodo dei segmentini e poi si applica la formula per il calcolo dell'area di un triangolo. Provacì, il risultato finale per l'area dovrebbe essere 4536 cm^2

PRODOTTO DI GRANDEZZE CON RELAZIONE FRAZIONARIA

Questo caso è più difficile del precedente e bisogna fare più attenzione.

Il prodotto della base e dell'altezza di un rettangolo è 588 cm^2 . La sua altezza è $\frac{3}{4}$ della base. Calcolare il perimetro del rettangolo.

PROCEDIMENTO

1. Per prima cosa occorre tradurre il testo dall'italiano in linguaggio matematico. Ricordiamo che il prodotto corrisponde al segno "x", che, di solito, non si scrive. (Ma scriverlo non è un errore)
2. Occorre dare un nome ai due segmenti. Li indicheremo con AB (altezza) e BC (base), ricordandoci di segnarli con un trattino sopra per indicare che sono due segmenti.
3. La frase "la sua altezza è $\frac{3}{4}$ della base" contiene i termini "altezza" e "base" che sono i due segmenti da cui il rettangolo è formato. Il verbo "essere" si traduce con il segno di "=" mentre la preposizione "della" corrisponde al segno di moltiplicazione "x".
4. La traduzione del testo va schematizzata nei dati mentre nella richiesta occorre scrivere ciò che il problema richiede. Questa volta il problema vuole il perimetro, cioè il contorno della figura. Per trovarlo bisogna trovare la base e l'altezza del rettangolo utilizzando il metodo dei segmentini.

DATI

$$\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 588 \text{ cm}^2$$

$$\overline{AB} = \frac{3}{4} \overline{BC}$$

RICHIESTA

$$2p = ?$$

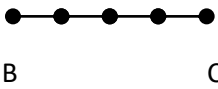
Per risolvere il problema non occorre far altro che capire bene cosa significa:

$$\overline{AB} = \frac{3}{4} \overline{BC}$$

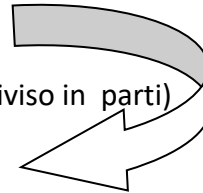
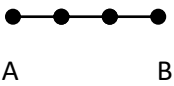
Per prima cosa, come già detto, tra la frazione $\frac{3}{4}$ e \overline{BC} c'è il segno di moltiplicazione. Questo modo di scrivere significa che il segmento \overline{BC} è formato da quattro parti mentre il segmento \overline{AB} è formato da tre parti.

Detto in altro modo il denominatore della frazione (cioè il 4) ci dice in quante parti dividere \overline{BC} mentre il numeratore (cioè il 3) ci dice in quante parti dividere \overline{AB} . Ciò che importa è che le parti in cui dividiamo i due segmenti siano **uguali**.

Ricorriamo ora ai segmenti. Abbiamo detto che \overline{BC} (cioè la base) è diviso in 4 parti. Disegnamolo.

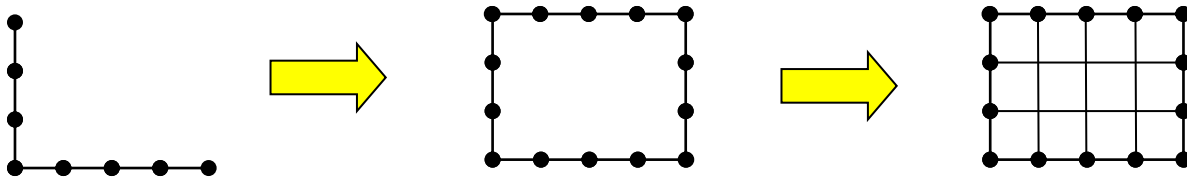


Ora disegniamo il segmento \overline{AB} (cioè l'altezza) che è diviso in 3 parti



N.B.
Non contare i pallini ma i trattini!!!

Ora, se leggiamo il testo del problema, esso ci dice che il loro prodotto vale 588 cm^2 (non dimentichiamoci l'unità di misura e notiamo che è diversa rispetto ai primi due casi, non è più $\text{cm}!$). Così, attacchiamo i due segmenti l'uno con l'altro (perpendicolarmente) e completiamo la figura in modo da formare un rettangolo. Poi aggiungiamo la quadrettatura unendo i punti.



In questo modo abbiamo ottenuto un rettangolo formato da tanti quadratini uguali. Se li contiamo vediamo che sono 12.

Tuttavia il problema mi dà l'area del rettangolo, che è proprio base x altezza, cioè 588 cm^2 . Allora, posso trovare l'area di un singolo quadratino (nota che nei due problemi precedenti trovavamo la lunghezza di un singolo segmentino, e che ora troviamo l'area di un singolo quadratino)

Calcolo l'area di un singolo quadratino di cui è composta la figura (il rettangolo)

$$(588 \text{ cm}^2 : 12) = 49 \text{ cm}^2$$

Ma come possiamo dall'area di un quadrato a passare al lato? Ricordiamo che il problema vuole il perimetro. Se dal quadratino riesco a calcolare la misura del lato (il nostro segmentino!) allora potrò calcolare sia la base che l'altezza del rettangolo.

Come possiamo fare? Immagino già che vorrai dividere per 4. Ma se ho l'area di un quadrato e la divido per 4, non ottengo la misura del lato. Osserva:



Otengo la quarta parte di un quadrato. L'operazione che mi permette di passare dall'area del quadrato alla misura del suo lato si chiama "radice quadrata". Ecco le formule:

$$A = l^2 \quad (\text{questa si usa se ho il lato e voglio calcolare l'area})$$

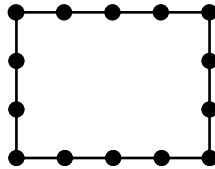
$$l = \sqrt{A} \quad (\text{questa si usa se ho l'area e voglio calcolare il lato})$$

Ora, l'area del quadratino che ho trovato è di 49 cm^2 . Ora chiediamoci qual è quel numero che moltiplicato per se stesso da 49? Se lo troviamo quel numero sarà il lato. Può essere 8? No, perché $8 \times 8 = 64$. Può essere 7? Sì, perché $7 \times 7 = 49$.

Calcolo il lato del quadratino:

$$l = \sqrt{49 \text{ cm}^2} = 7 \text{ cm}$$

Contiamo ora da quanto segmentini è formato il contorno del rettangolo:



Il contorno del rettangolo è formato da 14 segmentini. Non mi resta quindi che moltiplicare la lunghezza del segmentino trovato per il numero di segmentini che formano il contorno. Così trovo il perimetro richiesto.

$$(7 \text{ cm} \times 14) = 98 \text{ cm}$$

RISPOSTA

Il perimetro del rettangolo è di 98 cm. (NON SCORDARE LE UNITA' DI MISURA PERCHE' SONO IMPORTANTI!)

Prova ora tu:

Il prodotto tra la base e dell'altezza di un rettangolo vale 1152 cm^2 e l'altezza è $4/8$ della base. Calcolare il perimetro del rettangolo.

RISULTATI:

1. L'area del quadratino deve essere di 36 cm^2 .
2. La base misurerà 48 cm.
3. L'altezza misurerà 24 cm.
4. Il perimetro sarà 144 cm.