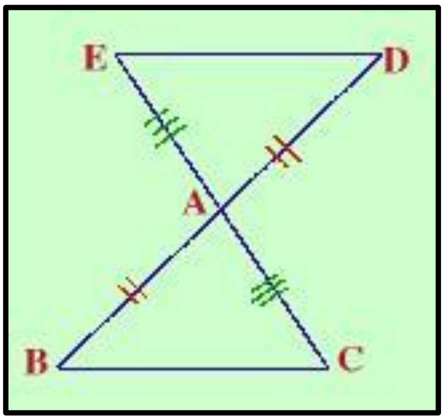
TEOREMA

Dato il triangolo ABC si prolunghino i lati AB ed AC oltre A di due segmenti AD ≅ AB ed AE ≅ AC. Dimostrare che sono congruenti i segmenti BC e DE

Seguiremo sempre questo metodo:

- Leggiamo con calma il testo cercando di capire bene tutti i termini
- Tracciamo una grande figura seguendo le indicazioni e segnando sulla figura stessa tutti gli elementi che sappiamo congruenti
- Scriviamo l'ipotesi e la tesi
- Partiamo dalla tesi e risaliamo fino ai dati
- Scriviamo lo stesso procedimento a rovescio(partiamo dall'ipotesi ed arriviamo alla tesi)

Mettendo assieme quanto visto nei punti precedenti abbiamo



Ipotesi

AB ≅ AD
AC ≅ AE

Tesi

BC ≅ DE

Considero i triangoli ABC ed ADE, essi hanno:

1. AB ≅ AD per costruzione
2. AC ≅ AE per costruzione
3. Gli angoli BAC ≅ DAE perche' angoli opposti al vertice

Quindi i due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza ed in particolare saranno congruenti BC e DE come volevamo dimostrare.

TEOREMA

Dato il triangolo ABC, isoscele sulla base BC si prolunghi il lato BC oltre B e C di due segmenti congruenti BD≅CE. Dimostrare che il triangolo ADE e' isoscele

---

Facciamo come nell'esercizio precedente (naturalmente lo faremo solo per i primi esercizi, poi, una volta diventati esperti, abbrevieremo):

- Leggiamo con calma il testo cercando di capire bene tutti i termini
- Tracciamo una grande figura seguendo le indicazioni e segnando sulla figura stessa tutti gli elementi che sappiamo congruenti
- Scriviamo l'ipotesi e la tesi
- Partiamo dalla tesi e risaliamo fino ai dati
- Scriviamo lo stesso procedimento a rovescio(partiamo dall'ipotesi ed arriviamo alla tesi)

Mettendo assieme quanto visto nei punti precedenti abbiamo

Ipotesi

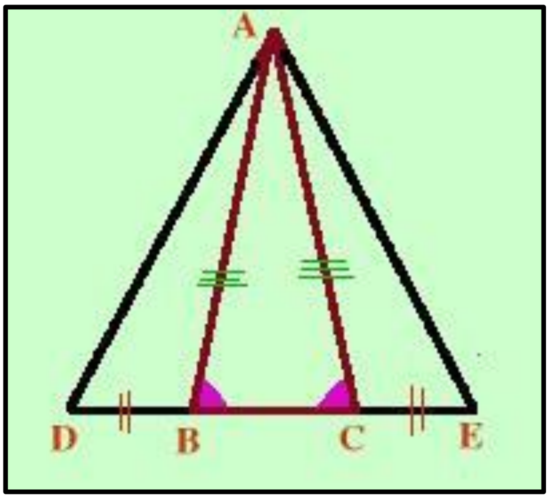
AB ≅ AC

BD ≅ CE

ABC ≅ ACB

Tesi

AD ≅ AE



Considero i triangoli ABD ed ACE, essi hanno:

1. AB ≅ AC per ipotesi
2. BD ≅ CE per costruzione
3. Gli angoli DBA ≅ ECA perché angoli supplementari di angoli congruenti

Quindi i due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza ed in particolare saranno congruenti AD ed AE. Il triangolo ADE, avendo due lati congruenti, è isoscele come volevamo dimostrare

---

TEOREMA

Si considerino un segmento AB ed il suo punto medio M. Si tracci una generica retta r passante per M e distinta dalla retta per AB. Si traccino inoltre due semirette di origine rispettivamente A e B, situate nei due semipiani opposti rispetto alla retta per AB, che intersechino la retta r rispettivamente in C e in D e che formino con la retta per AB due angoli congruenti (vedi figura). Detti C e D i rispettivi punti d'intersezione delle due semirette con la retta r, dimostra che i triangoli AMC e BMD sono congruenti.

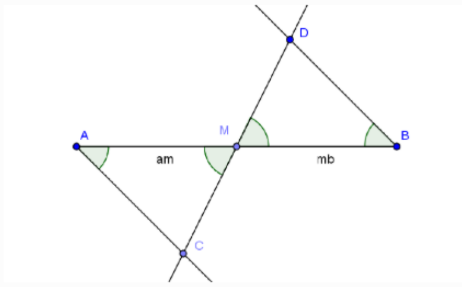
Ipotesi:

$AM \cong MB$

$M\hat{A}C \cong M\hat{B}D$

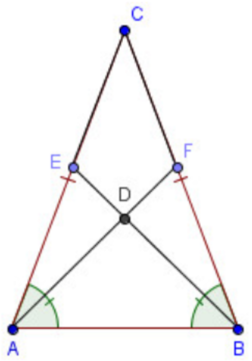
Tesi:

$AMC \cong BMD$



Dimostrazione. I segmenti AM e MB sono congruenti in quanto M è il punto medio di AB, gli angoli di vertice M sono congruenti perché opposti al vertice, gli angoli di vertice A e B sono congruenti per costruzione. Allora i triangoli AMC e BMD sono congruenti per il secondo criterio di congruenza dei triangoli.

TEOREMA



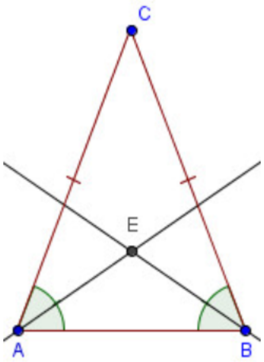
Sui lati congruenti del triangolo isoscele ABC, di vertice C, disegna due segmenti congruenti CE e CF. Congiungi E con B, poi A con F; indica con D il loro punto d'intersezione. Dimostra che anche il triangolo ABD è isoscele.

Allora essendo per ipotesi **ABC** isoscele avremo che i lati **AC=BC** e gli e gli angoli $\widehat{A}=\widehat{B}$. Consideriamo ora i due triangoli **ACF** e **BCE** questi due triangoli hanno **AC=BC** per ipotesi **CE=CF** per costruzione e l'angolo $\widehat{C}$ in comune, risultano uguali per il **1° criterio di congruenza dei triangoli** pertanto avranno congruenti tutti gli altri elementi: i lati **AF=BE** e gli angoli $A\widehat{F}C=B\widehat{E}C$ e $F\widehat{A}C=E\widehat{B}C$.

Consideriamo ora i due triangoli **ADE** e **BDF** i quali hanno il lato **AE=BF** (infatti AC=BC per ipotesi e CE=CF per costruzione quindi AE=BF per differenza di lati uguali: AC-CE=BC-CF), hanno uguali gli angoli $E\widehat{A}D=F\widehat{B}D$ (lo abbiamo dimostrato al punto precedente) e anche gli angoli $A\widehat{E}D=B\widehat{F}D$ in quanto supplementari di angoli uguali (sono supplementari di $B\widehat{E}C=A\widehat{F}C$) pertanto i due triangoli avendo un lato e i due angoli ad esso adiacenti congruenti risultano congruenti per il **2° criterio**; da ciò ne deriva che sono congruenti anche tutti gli altri elementi in particolare **AD=BD**.

Pertanto possiamo affermare che il triangolo **ABD è isoscele** su base AB avendo i lati obliqui **AD=BD**.

TEOREMA



Sia ABC un triangolo isoscele di base AB. Si conducano le bisettrici degli angoli alla base e sia E il loro punto d'incontro. Dimostrare che il triangolo ABE è isoscele.

Allora essendo **ABC** isoscele avremo che saranno congruenti i lati **AC=BC** e gli angoli $\widehat{A}=\widehat{B}$. Disegnamo ora le bisettrice degli angoli $\widehat{A}=\widehat{B}$ che essendo congruenti daranno origine a quattro angoli congruenti: $C\widehat{A}E=C\widehat{B}E=E\widehat{A}B=E\widehat{B}A$ per cui possiamo affermare che il triangolo ABE è isoscele avendo gli angoli alla base $E\widehat{A}B=E\widehat{B}A$ pertanto saranno congruenti anche i lati AE=BE.

ESERCIZI

1. In un triangolo ABC prolunga la mediana AM di un segmento MD congruente a MA. Dimostra che il triangolo AMC è congruente al triangolo BMD e che il triangolo ABM è congruente al triangolo CMD.

2. Si consideri il segmento AB e per il suo punto medio M si tracci una retta r qualsiasi. Su tale semiretta, da parti opposte rispetto a AB, si prendano due punti S e T tali che $SM \cong MT$. Dimostrare che i triangoli AMS e TMB sono congruenti.

3. Si consideri un punto O interno al triangolo ABC e si congiunga tale punto con i vertici A e B del triangolo. Si prolunghino i segmenti AO e BO oltre O di due segmenti OA' e OB' rispettivamente congruenti ai suddetti segmenti. Dimostrare che i segmenti AB e A'B' sono congruenti.

4. In un triangolo isoscele ABC di base AB e vertice C prendi su AC un punto D e su BC il punto E tali che $AD \cong BE$. Detto O il punto di intersezione di AE con BD, dimostra che AOB è isoscele.

5. Due triangoli isoscele hanno in comune la base, dimostra che la retta che unisce i vertici dei due triangoli divide la base a metà.

6. Due triangoli isosceli sono congruenti se hanno rispettivamente congruenti la base e un altro lato.

7. Siano LMN i punti medi dei lati del triangolo isoscele ABC, dimostra che anche LMN è isoscele