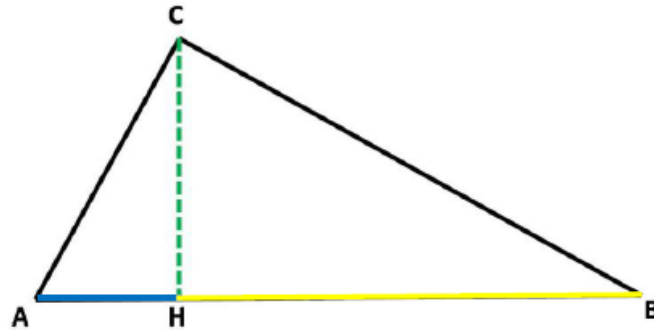


I TEOREMI DI EUCLIDE

(Prof. Daniele Baldissin)

PREMESSA

I teoremi di Euclide sono due e si applicano solo ai triangoli rettangoli. Prima di procedere con gli enunciati (cioè quello che i due teoremi dicono), occorre imparare alcuni termini. Per fare questo è opportuno disegnare un triangolo rettangolo che abbia l'ipotenusa come base.



Osservando la figura definiamo

\overline{CH} = altezza relativa all'ipotenusa

\overline{AH} = proiezione del cateto minore \overline{AC} sull'ipotenusa (segmento blu)

\overline{HB} = proiezione del cateto maggiore \overline{CB} sull'ipotenusa (segmento giallo)

N.B.

Puoi considerare le "proiezioni" come le ombre che i cateti proietterebbero sull'ipotenusa se fossero illuminati dall'alto

PRIMO TEOREMA DI EUCLIDE

Il primo teorema di Euclide afferma che in ogni triangolo rettangolo ciascun cateto è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa.

Se traduciamo l'enunciato in linguaggio matematico otteniamo le seguenti due proporzioni, a seconda di quale cateto consideriamo:

$$1) \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AH} \quad (\text{se consideriamo il cateto minore})$$

$$2) \overline{AB} : \overline{CB} = \overline{CB} : \overline{HB} \quad (\text{se consideriamo il cateto maggiore})$$

Il significato geometrico di queste due proporzioni risulta evidente se applichiamo la proprietà fondamentale delle proporzioni.

Proprietà fondamentale:

In ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale a quello degli estremi

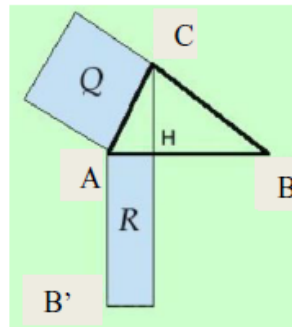
Vediamo cosa succede se applichiamo la proprietà alla proporzione 1)

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AH}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AH}$$

- Il primo termine rappresenta l'area di un quadrato costruito (appoggiato) su \overline{AC}
- Il secondo termine rappresenta l'area di un rettangolo che ha come dimensioni \overline{AB} e \overline{AH}

Osserva il disegno sotto:



Di conseguenza il primo teorema di Euclide si può enunciare anche nel seguente modo:

In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente ad un rettangolo avente per lati l'ipotenusa e la proiezione del cateto sull'ipotenusa

N.B.

Lo stesso tipo di costruzione che hai appena visto si può fare sul cateto maggiore

